

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРИКЛАДНАЯ ФИЗИКА

РЕЗОНАНСНАЯ МОДЕЛЬ СВЯЗАННЫХ КАНАЛОВ В ЗАДАЧЕ РАССЕЯНИЯ  $d + {}^3\text{He}$  В ОКРЕСТНОСТИ ЭНЕРГИИ СОСТОЯНИЯ  $(3/2)^+$  ЯДРА  ${}^5\text{Li}$

*Годес Александр Игоревич*

*аспирант Обнинский институт атомной энергетики,*

*РФ, г. Обнинск*

*E-mail: [godes.ai@yandex.ru](mailto:godes.ai@yandex.ru)*

*Шаблов Владимир Леонидович*

*д-р физ.-мат. наук, проф. Обнинский институт атомной энергетики,*

*РФ, г. Обнинск*

*E-mail: [shablov@iate.obninsk.ru](mailto:shablov@iate.obninsk.ru)*

RESONANCE COUPLED CHANNEL MODEL IN THE  $d + {}^3\text{He}$  SCATTERING PROBLEM IN THE ENERGY REGION OF THE  ${}^5\text{Li}$   $(3/2)^+$  STATE

*Alexander Godes*

*graduate student of Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering*

*National Research Nuclear University МЕРН,*

*Russia, Obninsk*

*Vladimir Shablov*

*Dr. Sci. (Physics), professor of Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering,*

*National Research Nuclear University МЕРН,*

*Russia, Obninsk*

АННОТАЦИЯ

Резонансная модель связанных каналов применена к описанию низкоэнергетического  $d + {}^3\text{He}$  рассеяния, анализу неопределенностей в данных по сечению реакции синтеза  $d + {}^3\text{He} \rightarrow p + {}^4\text{He}$  и определению параметров резонансного и теневого полюсов S-матрицы рассеяния, отвечающих состоянию  $(3/2)^+$  ядра  ${}^5\text{Li}$ .

ABSTRACT

The resonance coupled channel model is applied to the description of low-energy  $d + {}^3\text{He}$  scattering, the analysis of uncertainties in the cross section for the synthesis reaction  $d + {}^3\text{He} \rightarrow p + {}^4\text{He}$  and the determination of the parameters of the resonance and shadow poles of the S-scattering matrix corresponding to the  ${}^5\text{Li}$   $(3/2)^+$  state.

**Ключевые слова:** термоядерные реакции, резонансная модель связанных каналов, полюса S-матрицы, резонансный и теневой полюса, состояние  $J^\pi = (3/2)^+$  ядра  ${}^5\text{Li}$ .

**Keywords:** thermonuclear reactions, resonance coupled-channel model, effective range approximation, S-matrix poles, resonance and shadow poles,  $J^\pi = (3/2)^+$  state of  ${}^5\text{Li}$ .

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, для описания околопороговых ядерных резонансов используются различные теоретические подходы, среди них которых можно выделить две основные группы. К первой группе относятся модели типа приближения Брейта – Вигнера [10] (к ним относится R – матричная теория, формальная теория резонансов и т.д.), в которых необходимое пороговое поведение амплитуд (сечений) процессов учитывается введением парциальных ширин распада (или приведенных ширин, как в случае R – матричного подхода), зависящих от энергии

[4,11,12]. Ко второй группе относятся метод эффективного радиуса (приближение Ландау-Сморозинского-Бете [7-8,10,15,]), который оперирует с модельно – независимыми параметрами, такими как ядерно – кулоновская длина рассеяния и эффективный радиус, причем в случае рассеяния составных частиц эти параметры становятся, вообще говоря, комплексными величинами. Данные реакции представляют интерес как с фундаментальной точки зрения, поскольку такие реакции являются источником информации о структуре участвующих частиц и о динамике взаимодействия ядер, так и с практиче-

ской, поскольку многие из этих реакций представляют интерес с точки зрения использования в проблеме УТС.

В случае процессов  $d + {}^3\text{H}$  и  $d + {}^3\text{He}$  с образованием околороговых резонансов  $J^\pi = (3/2)^+$  зеркальных ядер  ${}^5\text{He}$  и  ${}^5\text{Li}$  для описания амплитуд и сечений упругих и неупругих процессов использовались различные подходы, включая вышеперечисленные, а также специально разработанные. В частности, для реакции  $d + {}^3\text{H} \rightarrow \alpha + n$  была разработана резонансная модель связанных каналов (RCCM) [16], которая позволила хорошо описать как экспериментальные данные по реакции синтеза [17], так и по упругому  $d - {}^3\text{He}$  – рассеянию [1]. Резонансная модель связанных каналов позволила изучить аналитические свойства элементов многочастичной S-матрицы рассеяния, в частности, определить местоположение резонансного и теневого полюсов. Было установлено, что эта модель приводит к тем же значениям параметров резонансного и теневого полюсов, что и R-матричный подход [16], а теневой полюс располагается на листе римановой поверхности комплексных волновых чисел  $k=k_1+ik_2$ , определяемом условием  $k_1<0, k_2>0$ . Следует отметить, что в ряде других работ [7] теневой полюс располагался на листе, определяемом условием  $k_j<0, j=1,2$ . Корректная информация о параметрах резонансного и теневого полюсов необходима для описания поведения ядра  ${}^5\text{He}$  ( $J^\pi = (3/2)^+$ ) в многочастичных процессах, в том числе мюонного катализа, проблемой которого много занимались двое из авторов RCCM (Л.Н.Богданова и В.Е.Маркушин). Хотя RCCM по смыслу этой модели можно применить к другим бинарным реакциям, протекающим через резонанс, это не было сделано.

Как уже упоминалось выше, околороговые резонансные ядерные реакции могут рассматриваться в рамках безмодельного подхода- приближения эффективного радиуса для систем заряженных частиц, применение которого в случае низкоэнергетических реакций  $d + {}^3\text{H}$  и  $d + {}^3\text{He}$  было осуществлено в [2,7,8]. Хотя приближение эффективного радиуса успешно описывает указанные реакции и родственные им, оно не оперирует с традиционными для резонансного рассеяния величинами-резонансной энергией и шириной резонанса. Однако, как было установлено в работе [5] между параметрами приближения эффективного радиуса и RCCM существует аналитическая связь, что означает эквивалентность этих подходов.

Целью настоящей работы является систематическое применение резонансной модели связанных каналов к изучению низкоэнергетического

$d + {}^3\text{He}$  рассеяния, в частности процессов упругого рассеяния и реакций синтеза, а также определению параметров резонансного и теневого полюсов S-матрицы рассеяния, отвечающих состоянию  $(3/2)^+$  ядра  ${}^5\text{Li}$ .

**1. Резонансная модель связанных каналов для процесса низкоэнергетического  $d + {}^3\text{He}$  рас-**

**сеяния и ее связь с приближением эффективного радиуса**

В рамках резонансной модели связанных каналов элемент S – матрицы рассеяния  $S_{11}$ , отвечающий рассеянию в паре заряженных частиц, имеет вид [5,16]

$$S_{11}(E) = e^{2i\sigma_0(E)} \left( 1 - \frac{i\Gamma_1(E)}{E - E_0 - \gamma I(E) + i\Gamma_2/2} \right), \quad (1)$$

где  $K^2 = 2\mu(E + i0)/\hbar^2$ ,  $\mu$  – приведенная масса системы,

$\eta(K) = \frac{e^2\mu_{dt}}{\hbar^2 K} = \frac{1}{Ka_c}$  – ее кулоновский параметр,

$a_c = \frac{\hbar^2}{e^2\mu}$  – борковский радиус системы. Величины  $E_0, \Gamma_2, \beta, \gamma$  (1) в (2) являются параметрами модели.

Интеграл  $I(E)$  имеет вид

$$I(E) = \int_0^\infty \frac{k}{(k^2 + \beta^2)^2 (K^2 - k^2)} (e^{2\pi\eta(k)} - 1)^{-1} dk, \quad (2)$$

Из (2) выясняется, что ширина  $\Gamma_1(E) = -2\text{Im} I(E)$  равна

$$\Gamma_1(E) = \frac{\pi\gamma}{(K^2 + \beta^2)^2} (e^{2\pi\eta(K)} - 1)^{-1} = \frac{\gamma K C_0^2(K)}{2(K^2 + \beta^2)^2} \quad (3)$$

$C_0^2(K) = 2\pi\eta(k)(e^{2\pi\eta(K)} - 1)^{-1}$  – гамовский множитель, и, следовательно, имеет правильное пороговое поведение [4,9,11]. Сечение реакции  $d + {}^3\text{He} \rightarrow \alpha + p$  с учетом спиновых множителей представляется в виде

$$\sigma(E) = \frac{2\pi}{3k^2} |S_{12}(E)|^2 = \frac{2\pi}{3k^2} (1 - |S_{11}(E)|^2), \quad (4)$$

или с учетом (1)

$$\sigma(E) = \frac{2\pi}{3k^2} \frac{\Gamma_1(E)\Gamma_2}{((E - E_0 - \gamma \text{Re} I(E))^2 + (\Gamma_1(E) + \Gamma_2)^2 / 4)}, \quad (4')$$

причем  $k_{dt} = K = (1/\hbar)\sqrt{2\mu E}$ .

Как было показано в [5], интеграл  $I(E)$  (2) может быть вычислен в явном виде с помощью формулы Бине для  $\psi$  – функции (логарифмической производной гамма-функции) [3]

$$\psi(z) = \frac{d \ln \Gamma(z)}{dz} = \ln z - \frac{1}{2z} - 2 \int_0^\infty dt \frac{t}{t^2 + z^2} (e^{2\pi t} - 1)^{-1} dt, \quad (5)$$

( $\text{Re} z > 0$ ).

Соответствующий результат имеет вид

$$I(E+i0) = \frac{1}{K^2 + \beta^2} (A_1 + A_2(E)), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{a_c^2 \beta^4} \left[ -\frac{(a_c \beta)^3}{8} - \frac{(a_c \beta)^2}{4} + \frac{a_c \beta}{4} \psi' \left( \frac{1}{a_c \beta} \right) \right], \\ A_2(E) &= \frac{1}{K^2 + \beta^2} [A_3(E) - A_4], \\ A_3(E) &= -\frac{1}{2} \psi \left( \frac{i}{Ka_c} \right) + i \frac{\pi}{4} + \frac{i}{4} Ka_c - \frac{1}{2} \ln(Ka_c), \\ A_4 &= -\frac{1}{2} \psi \left( \frac{1}{a_c \beta} \right) - \frac{1}{2} \ln(a_c \beta) - \frac{a_c \beta}{4}. \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \varpi(K) &= 2\psi \left( \frac{i}{Ka_c} \right) - iKa_c - 2 \ln \frac{i}{Ka_c} - \left( \frac{4E_0}{\gamma} \beta^4 + 4A_1 \beta^2 - 4A_4 - i \frac{2\Gamma_2}{\gamma} \beta^4 \right) - \\ &- \left( -\frac{2\hbar^2}{\mu\gamma} \beta^4 + \frac{8E_0}{\gamma} \beta^2 - i \frac{4\Gamma_2}{\gamma} \beta^2 + 4A_1 \right) K^2 - \left( -\frac{4\hbar^2}{\mu\gamma} \beta^2 + \frac{4E_0}{\gamma} - i \frac{2\Gamma_2}{\gamma} \right) K^4 + \frac{2\hbar^2}{\mu\gamma} K^6. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, полюса  $S$  – матрицы рассеяния на нефизическом листе волновых чисел есть нули заданной в явном аналитической функции  $\varpi(K)$  при  $K = k_1 - ik_2$ ,  $\arg K < 0$ .

Как было показано в [5], результат (9) позволяет установить связь резонансной модели связанных каналов с приближением эффективного радиуса (приближением Ландау – Смородинского – Бете [10,15]) для системы заряженных частиц при наличии поглощения [2,7,8]. В приближении эффективного радиуса для элемента  $S$  – матрицы  $S_{11}(E)$  вместо (1) записывается следующее выражение:

$$S_{11}(E) = e^{2i\sigma_0(E)} \frac{\text{ctg} \delta_0(K) + i}{\text{ctg} \delta_0(K) - i}. \quad (10)$$

Ядерно-кулоновский сдвиг  $\delta_0$  задается с помощью соотношения [10,15]

$$\frac{1}{a_c} D(K) \text{ctg} \delta_0(K) + \frac{2}{a_c} h(K) = -\frac{1}{a_0} + \frac{1}{2} r_0 K^2, \quad (11)$$

где  $a_0$  – длина рассеяния,  $r_0$  – эффективный радиус,  $D(K)$  – проникаемость кулоновского барьера

$$D(K) = \frac{2\pi}{\exp(2\pi / Ka_c) - 1},$$

причем при наличии поглощения длина рассеяния и эффективный радиус становятся комплексными величинами [7,8]. При этом имеет место равенство [5]

Как следствие, выражение  $E_0 - \gamma I(E) + i\Gamma_2/2$  можно записать как

$$\frac{\gamma}{4(K^2 + \beta^2)^2} \varpi(K), \quad (8)$$

где функция  $\varpi(K)$  равна

$$\begin{aligned} \varpi_1(K) &= iD - D \text{ctg} \delta_0(K) = \\ &= 2\psi \left( \frac{i}{Ka_c} \right) + \frac{i}{Ka_c} - 2 \ln \frac{i}{Ka_c} - \varphi(K^2) \end{aligned} \quad (12)$$

с функцией  $\varphi(K^2)$  вида

$$\begin{aligned} \varphi(K^2) &= -a_c/a_0 + \frac{1}{2} r_0 a_c K^2 = \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 a_c^2 K^2 - i(\beta_0 + \beta_1 a_c^2 K^2). \end{aligned}$$

Таким образом, если в (9) пренебречь членами, пропорциональными  $K^4$  и  $K^6$ , то между параметрами обсуждаемых моделей можно установить связь вида [5]:

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \frac{2\Gamma_2 \beta^4}{\gamma}, \\ \alpha_c^2 \beta_1 &= \frac{4\Gamma_2 \beta^2}{\gamma}, \\ \alpha_0 &= \frac{4}{\gamma} E_0 \beta^4 + 4A_1 \beta^2 - 4A_4, \\ \alpha_c^2 \alpha_1 &= \frac{8}{\gamma} E_0 \beta^2 - \frac{2\hbar^2 \beta^4}{\mu\gamma} + 4A_1. \end{aligned} \quad (13)$$

Отметим, что при необходимости в приближении эффективного радиуса можно учесть и эффекты формы потенциала, т.е. члены, пропорциональные  $K^4$  и  $K^6$ . Вклад этих эффектов легко устанавливается с помощью формул (9) и (13).

## 2. Описание низкоэнергетического $d + {}^3\text{He}$ рассеяния вблизи уровня $(3/2)^+$ ядра ${}^5\text{Li}$

Как уже говорилось ранее, резонансную модель связанных каналов, первоначально разработанную для системы  $d + {}^3\text{H}$ , можно применить для различ-

ных околопороговых ядерных реакций, в частности, для реакции

$d + {}^3\text{He} \rightarrow p + {}^4\text{He}$ . Данная реакция явилась объектом многочисленных исследований. В измерениях различных групп авторов имеются расхождения как в местоположении резонансного пика (от 240 до 260 кэВ), так и величине сечения вблизи максимума – от 0.7 до 0.9 барн. Обсуждение этой проблемы дано в [1,2,17,18]. В настоящей работе использовались па-

раметризации из работ [17] и [18]. Параметризация [17] имеет вид:

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E \exp(B_g / \sqrt{E})}, \quad (14)$$

где  $E$  – энергия в системе центра масс,  $B_g = 68.7508$ . Функция  $S(E)$  в (14) строится с использованием Паде-аппроксимации:

$$S(E) = \frac{A_1 + A_2 \cdot E + A_3 \cdot E^2 + A_4 \cdot E^3 + A_5 \cdot E^4}{1 + B_1 \cdot E + B_2 \cdot E^2 + B_3 \cdot E^3 + B_4 \cdot E^4}. \quad (15)$$

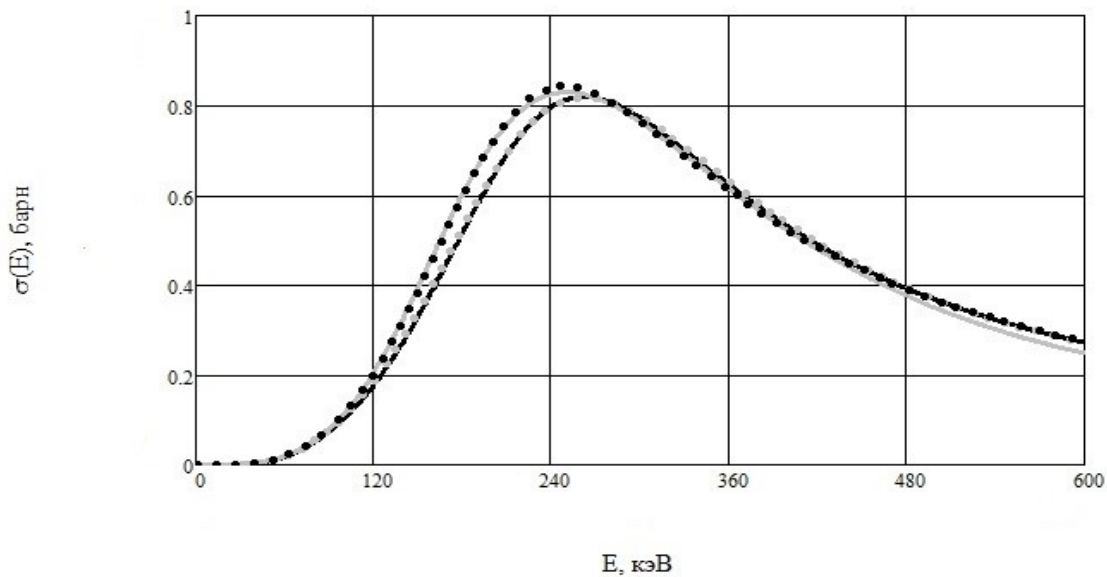
Параметры типа  $A$  и  $B$  заданы следующим образом:

$$\begin{aligned} A_1 &= 5.7501 \cdot 10^6, A_2 = 2.5226 \cdot 10^3, A_3 = 4.5566 \cdot 10^1 \\ B_1 &= -3.1995 \cdot 10^{-3}, B_2 = -8.553 \cdot 10^{-6}, \\ B_3 &= 5.9014 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Параметризация экспериментальных данных [18] имеет вид

$$\sigma(E) = A \frac{E^B (Ce^{-DE} + F)}{E^B + Ce^{-DE} + F} \text{ (мб)}, \quad (16)$$

где  $A=1.577 \cdot 10^4$ ,  $B=3.53$ ,  $C=0.2921$ ,  $D=2.411$ ,  $F=7.93 \cdot 10^{-3}$ , энергия измеряется в МэВ, причем эта параметризация не имеет правильного порогового поведения и неприменима в области энергий от 0 до 30 кэВ. Различия между приведенными параметризациями можно видеть на рисунке 1.



**Рисунок 1.** Сечение реакции  $d + {}^3\text{He} \rightarrow p + {}^4\text{He}$ . Черная линия - параметризация [17], серая линия – параметризация [18], черные точки – резонансная модель связанных каналов с параметрами (18'), серые точки – резонансная модель связанных каналов с параметрами (17')

На основании проведенных расчетных исследований с помощью параметризации [17] были определены параметры приближения эффективного радиуса:

$$\alpha_0 = 0.203 \quad \alpha_1 = 0.145 \quad \beta_0 = 0.03 \quad \beta_1 = 4.907 \cdot 10^{-3} \quad (17)$$

и параметры резонансной модели связанных каналов:

$$\begin{aligned} E_0 &= 2.580 \text{ МэВ} \quad \Gamma_2 = 0.317 \text{ МэВ} \quad \beta = 0.2915 \text{ Фм}^{-1} \\ \gamma &= 0.152 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}^{-4}. \end{aligned} \quad (17')$$

Экспериментальные данные из [18] были использованы в работе [8], где на их основе были найдены следующие параметры приближения эффективного радиуса

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 0.1627 \quad \alpha_1 = 0.1555 \quad \beta_0 = 0.01631 \\ \beta_1 &= 0.008927. \end{aligned} \quad (18)$$

Им соответствуют следующие значения параметров резонансной модели связанных каналов, рассчитанные с помощью формулы (13)

$$E_0 = 2.075 \text{ МэВ} \quad \Gamma_2 = 0.269 \text{ МэВ} \quad \beta = 0.252 \text{ Фм}^{-1} \\ \gamma = 0.0895 \text{ МэВ} * \text{Фм}^{-4}. \quad (18')$$

Для дальнейшего найдем астрофизический  $S$  – фактор:

$$S(E) = E e^{2\pi\eta} \sigma(E), \quad (19)$$

который для обсуждаемых параметризаций приведен на рисунке 2. Видно, что параметризация экспериментальных данных из работы [18] с помощью приближения эффективного радиуса и резонансной модели связанных каналов, в отличие от приведенной в ней, обладает правильным пороговым поведением.

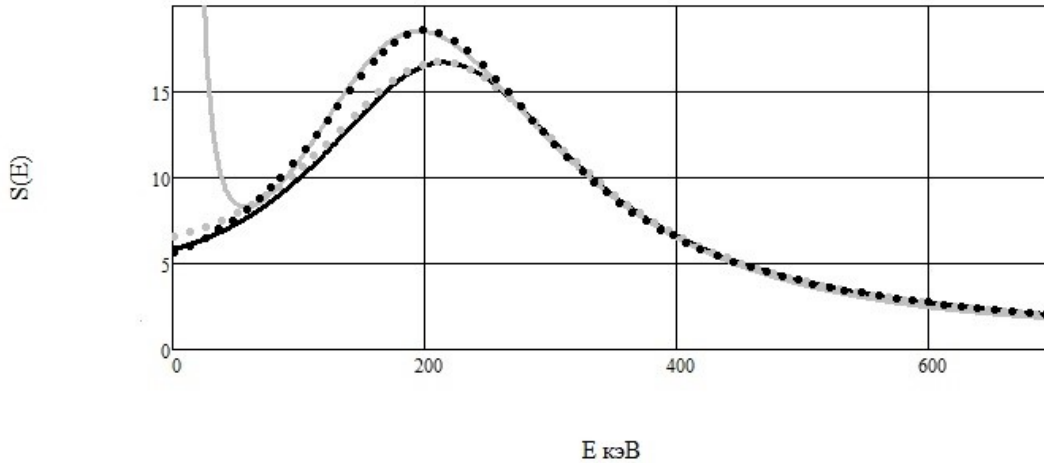


Рисунок 2. Астрофизический  $S$  – фактор. Обозначения те же, что на рисунке 1

Как было отмечено в [5,16] для случая низкоэнергетического  $d$ - $n$  рассеяния, экспериментальных данных по сечению реакции синтеза недостаточно для определения истинных параметров теоретических подходов, однако это удастся сделать с привлечением данных по упругому

$d$ - $n$  рассеянию. Аналогичная ситуация имеет место и в изучаемой задаче. Приведенные выше параметры теоретических подходов выбраны из серии наборов, с высокой точностью (менее 1%) описывающих параметризованное сечение реакции синтеза, и одновременно наилучшим образом описывающих данные по упругому  $d$ - $n$  рассеянию из [1]. В качестве таких данных использовалась зависимость от энергии отношения сечения упругого  $d$ - $n$  рассеяния к резерфордскому сечению при угле рассеяния  $\Theta=\pi/2$  в системе центра масс [1]:

$$\xi(E) = \frac{d\sigma_{el}(\theta)}{d\Omega} / \frac{d\sigma_R(\theta)}{d\Omega} = \\ = 1/3 + (2/3) |f_c(q) + \frac{S_{11} - S_{11}^c}{2ik_{dt}}|^2 / |f_c(q)|^2, \quad (20)$$

где  $\hbar q$  – переданный импульс,

$$f_c(q) = -\frac{2\mu_{dt} e^2}{\hbar^2 q^2} \exp(2i\sigma_0(E) - i\eta \ln(q^2 / 4k_{dt}^2)), \quad S_{11} - S$$

– матрица упругого  $d$ - $n$  рассеяния в  $s$  – волне,  $S_{11}^c$  – кулоновская  $S$  – матрица в  $s$  – волне:  $S_{11}^c = \exp(2i\sigma_0(E))$ . При  $\Theta=\pi/2$  выражение (20) приобретает следующий вид [1,16]:

$$\xi(E) = 1/3 + (2/3) | \exp(-i\eta \ln 2) - \\ - (i/2\eta)(1 - S_{11} \exp(-2i\sigma_0(E))) |^2. \quad (21)$$

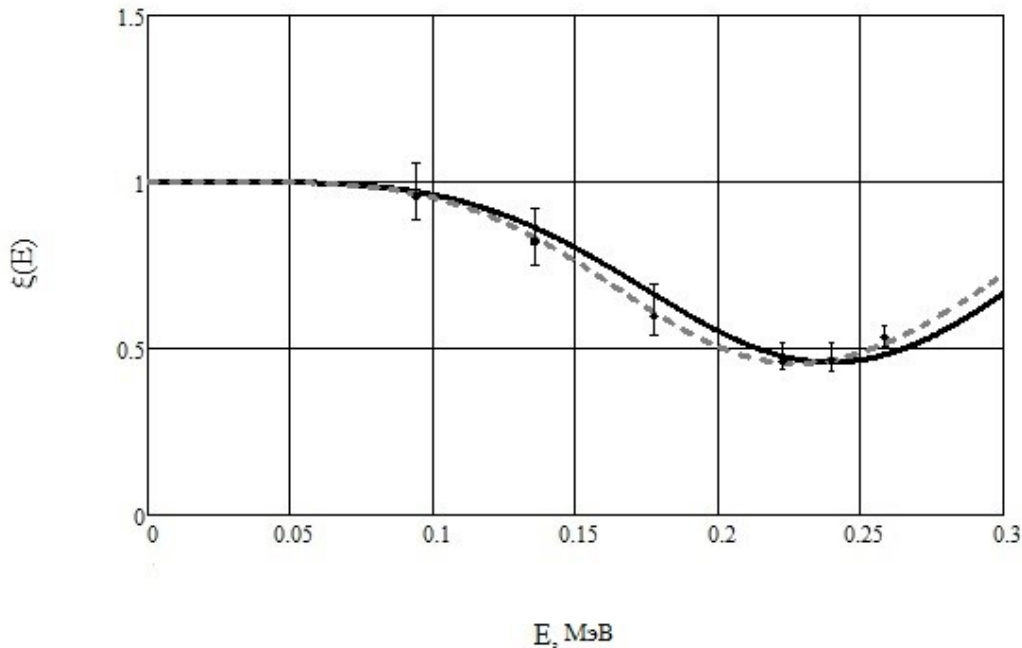


Рисунок 3. Сравнение отношения сечения упругого d-He рассеяния к Резерфордскому сечению при  $\Theta_{ц.м.} = \pi/2$  с экспериментальными данными [1]. Сплошная линия – резонансная модель связанных каналов с параметрами (17'), штриховая линия – резонансная модель связанных каналов с параметрами (18')

К сожалению, анализ этих данных не позволяет сделать однозначный выбор между наборами экспериментальных данных из [17] и [18] (рисунок 3), хотя данные работы [18] несколько лучше описывают результаты [1], и необходимо привлечение более детальной информации о фазах упругого  $d + {}^3\text{He}$  и  $p + {}^4\text{He}$  рассеяния. Соответствующему рассмотрению предполагается посвятить отдельное исследование. Обсуждаемая проблема имеет важное значение для корректного определения температурной зависимости скорости реакции синтеза  $d + {}^3\text{He} \rightarrow p + {}^4\text{He}$ . Используемые на сегодняшний день в практических задачах (смотри, например, [6,13,14]) аналитические параметризации этой величины типа паде-аппроксимации [17] или степенного типа [6] основаны на параметризации сечения реакции синтеза [17].

На основании найденных параметров резонансной модели связанных каналов были найдены полюса S-матрицы рассеяния на нефизическом листе, отвечающих состоянию  $(3/2)^+$  ядра<sup>5</sup> Li. Параметризация [17] приводит к следующим параметрам для резонансного и теневого полюсов:

$$K_R = (1.380 - i0.416)/a_c, Z_R = 207.5 - i137.6 \text{ (кэВ)}$$

$$K_S = (-1.521 - i0.297)/a_c, Z_S = 266.7 + i108.3 \text{ (кэВ)},$$

что в случае резонанса согласуется с табличными данными из [19], основанными на R-матричном анализе упругого  $d + {}^3\text{He}$  и  $p + {}^4\text{He}$  рассеяния и реакции синтеза  ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ :

$$Z_R = 210 - i135 \text{ (кэВ)}.$$

Если использовать экспериментальные данные [18], то параметры резонансного и теневого полюсов оказываются равными:

$$K_R = (1.383 - i0.443)/a_c, Z_R = 205.7 - i146.8 \text{ (кэВ)}$$

$$K_S = (1.538 - i0.3)/a_c, Z_S = 264.4 + i112.0 \text{ (кэВ)},$$

что согласуется с результатами работы [8]. Из приведенных результатов видно, что различия в параметрах полюсов менее 7%, т.е. меньше, чем различия в данных по сечению реакции синтеза в [17,18] в окрестности резонансного максимума.

#### Заключение

В настоящей работе на примере низкоэнергетического  $d + {}^3\text{He}$  рассеяния продемонстрирована возможность применения резонансной модели связанных каналов для описания бинарных резонансных околопороговых реакций и определения характеристик соответствующих резонансных состояний как полюсов S-матрицы рассеяния в этой модели, что эквивалентно нахождению нулей заданной в явном виде простой аналитической функции комплексных импульсов. Полученные результаты хорошо согласуются с результатами работ, основанных на приближении эффективного радиуса и R-матричного подхода. Кроме того, результаты работы могут использоваться для устранения неопределенностей в экспериментальных данных по сечению реакции синтеза  $d + {}^3\text{He} \rightarrow p + {}^4\text{He}$  и разработке улучшенных аналитических параметризаций сечения и скорости этой реакции для различных практических применений.

**Список литературы:**

1. Балашко Ю.Г. Исследования упругого рассеяния заряженных частиц на некоторых легких ядрах при низких энергиях // Труды физического института им. П.Н. Лебедева академии наук СССР. – Том 33. – 1965. – С. 66-126.
2. Барит И.Я., Сергеев В.А. Анализ резонансных реакций  $H^3(d,n)He^4$  и  $He^3(d,p)He^4$  в приближении эффективного радиуса взаимодействия // Труды физического института им. П.Н. Лебедева академии наук СССР. – Том 44. – 1969. – С. 3-15.
3. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. т. 1. – М.: Наука, 1973. – 295 с.
4. Вильдермут К., Тан Я. Единая теория ядра. –М., Мир, 1980. –502с.
5. Годес А.И., Кудрявцева А.С., Шаблов В.Л. Аналитический вариант резонансной модели связанных каналов для реакции  $d+t \rightarrow \alpha+n$  и его применение к описанию низкоэнергетического  $d-t$  и  $d-^3He$  рассеяния // Известия вузов. Ядерная энергетика.-2019.-№2.-С.198-207.
6. Карбушев Д.Н., Рыжков С.В., Тройник М.К. Об улучшенных аналитических зависимостях для скоростей энерговыделения и сечений реакций синтеза // Наука и Образование. – 2009. – Т. 4. / [Электронный ресурс].- Режим доступа: URL: <http://technomag.edu.ru/doc/117768.html> (дата обращения: 31.01.19).
7. Карнаков Б.М., Мур В.Д., Поздняков С.Г., Попов В.С. Аналитическая структура амплитуды D-T-рассеяния вблизи упругого порога // Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики. –1990. –т. 51. – вып. 7. –С. 352-355.
8. Карнаков Б.М., Мур В.Д., Поздняков С.Г., Попов В.С. Полюса и резонансы в низкоэнергетическом рассеянии заряженных частиц // Ядерная физика. -1991. –т. 54. –вып. 2(8). – С.400-403.
9. Комаров В.В., Попова А.М., Шаблов В.Л. Динамика систем нескольких квантовых частиц. – М.: Издательство МГУ, 1996. – 335 с.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика т.3. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. – М.: Наука, 1974. – 752 с.
11. Никитиу Ф. Фазовый анализ в физике сильных взаимодействий. – М.: Мир, 1983. – 416с.
12. Ситенко А.Г. Теория ядерных реакций.-М: Энергоатомиздат, 1983.-352 с.
13. Чирков А.Ю. Энергетическая эффективность альтернативных термоядерных систем с магнитным удержанием плазмы // Ядерная физика и инжиниринг.-2013.- т. 4.- с. 1050–1059.
14. Чирков А.Ю. О возможности использования D- $^3He$ -цикла с наработкой  $^3He$  в термоядерном реакторе на основе сферического токамака// Журнал технической физики.- 2006.- т. 76.- № 9.-с. 51–54.
15. Bethe A. H. Theory of the effective range in nuclear scattering // Physical Review.-1949.-V.76. -№1.-P.38-50.
16. Bogdanova L.N., Hale G.M., Markushin V.E. Analytical structure of S-matrix for the coupled channel problem  $D + T \rightarrow n + \alpha$  and the interpretation of the  $J^p = (3/2)^+$  resonance in the  $^5He$  // Physical Review C. –1991. –V.44. –n.4. – P. 1289-1295.
17. Bosch H.S., Hale G.M. Fusion cross-sections and thermal reactivities // Nuclear Fusion. -1992. –V. 32. -№4. – P.620-622.
18. Moller W., Besenbaher F. A note on the  $^3He + D$  nuclear-reaction cross section. // Nuclear instruments and methods. -1980. –P. 111-114.
19. Tilley D.R., Cheves C.M., Godwin J.L., Hale G.M., Hofman H.M., Kelley J. H., Sheu C.G., Weller H.R. Energy levels of light nuclei  $A = 5,6,7$  // Nuclear Physics.-2002. –V. A 708. – P. 3-163.